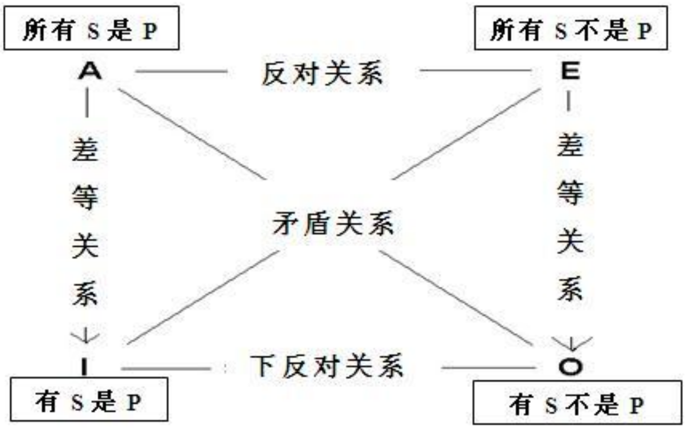
对当方阵一般模式及其应用*

周家发

1. 对当方阵

1.1 对当方阵简介

在古典形式逻辑的“直接推理”中，“对当关系推理”是最重要的一种，这种推理是指四个量化句之间的逻辑推理关系。古典逻辑学家把这四个量化句排成以下图形，称为“对当方阵”(square of opposition)：



在上图中，四个量化句分别简记作 A、E、I 和 O，这四句都含有“全称量词”(表现为“所有”)或“存在量词”(表现为“有”)。请注意上图中的 E 句“所有 S 不是 P”和 O 句“有 S 不是 P”在逻辑上分别等价于“没有 S 是 P”和“并非所有 S 是 P”。以下当提及 E 句或 O 句时，我们会视乎情况选用这两种等价形式中的一种。

上述四个量化句之间共有四类逻辑推理关系，下表列出这四类关系的定义(在以下定义中，p、q 为任意命题或命题函项)：

名称	定义
差等关系	p 单向衍推 q (即若 p 真，则 q 真；若 q 真，则 p 可真可假)
矛盾关系	p 与 q 不可同真且不可同假 (即若 p 真，则 q 假；若 p 假，则 q 真)
反对关系	p 与 q 不可同真，但可同假 (即若 p 真，则 q 假；若 p 假，则 q 可真可假)

*本文是蒋严(主编)《走近形式语用学》(上海教育出版社 2011 年出版)中一篇论文的作者手稿，本文的最终刊印本载于《走近形式语用学》第 104－121 页。

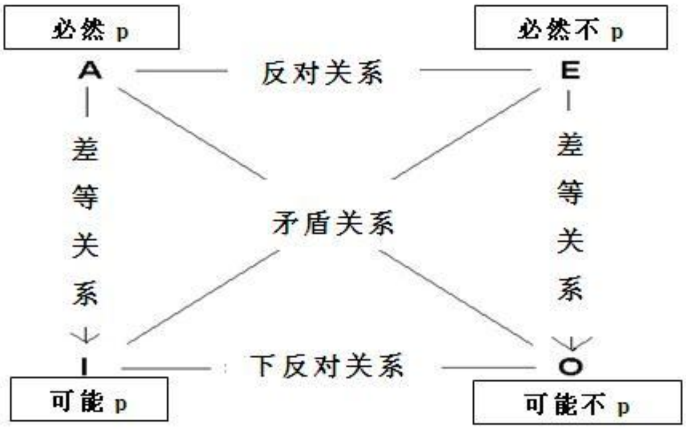
下反对关系	p 与 q 不可同假，但可同真 (即若 p 假，则 q 真；若 p 真，则 q 可真可假)

根据“假言易位律”，上表中的定义都可写成其他等价形式，例如“矛盾关系”也可以写成“若 q 真，则 p 假；若 q 假，则 p 真”。

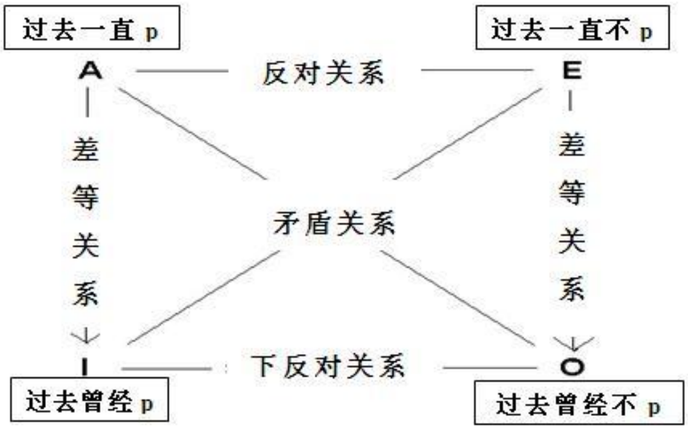
请注意对于命题函项而言，上述对当关系应被理解为把适当的常项代入命题函项中的所有变项后所得命题之间的关系。举例说，当我们说“所有 S 是 P”与“所有 S 不是 P”处于反对关系时，我们的意思是，把任何适当的常项代入这两个命题函项中的 S 和 P 后，所得命题处于反对关系。

1.2 古典对当方阵的变体

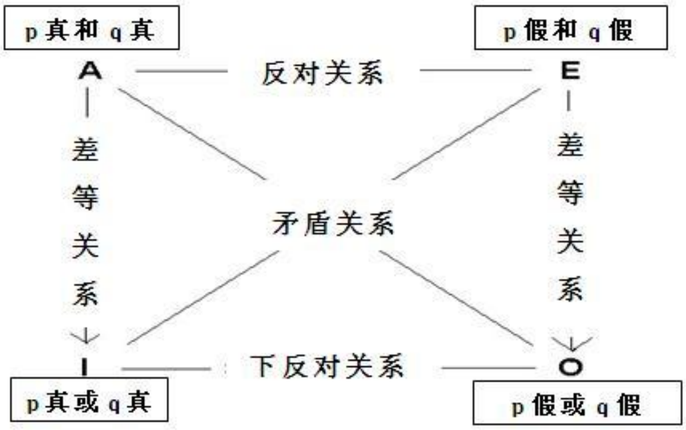
古典对当方阵有多种变体。周礼全(1994)介绍了模态逻辑和时态逻辑的对当方阵，这两个方阵都可以看成古典对当方阵的变体，它们跟古典对当方阵的区别在于量化的对象不同。举例说，下面这个“真势模态对当方阵”的量化对象是“可能世界”，“必然 p”的意思就是“在所有可能世界中 p 都真”，而“可能 p”的意思则是“在至少一个可能世界中 p 真”，所以“必然”相当于一个全称量词，“可能”相当于一个存在量词：



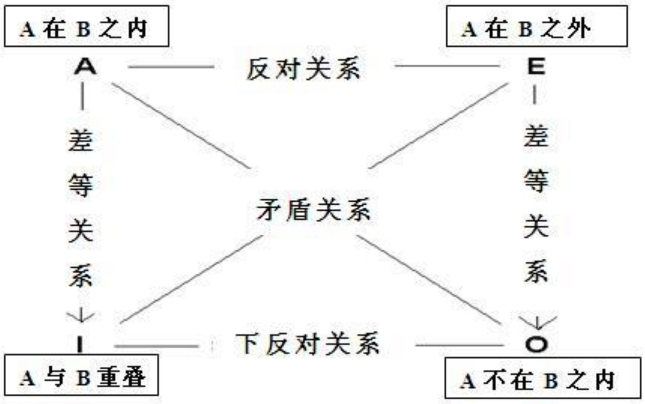
同样，下面这个“过去时态对当方阵”的量化对象是过去时间，我们可以把“一直”看成全称量词，“曾经”看成存在量词：



我们认为还可以进一步推广周礼全(1994)的思想，找出古典对当方阵的更多变体。比如说，我们可以把命题 p 和 q 作为量化的对象，那么便可得到以下这个“命题逻辑对当方阵”。在这个方阵中，命题联结词“和”相当于全称量词，“或”则相当于存在量词。请注意现代命题逻辑里的“德.摩根律”在这个方阵中表现为两个矛盾关系：



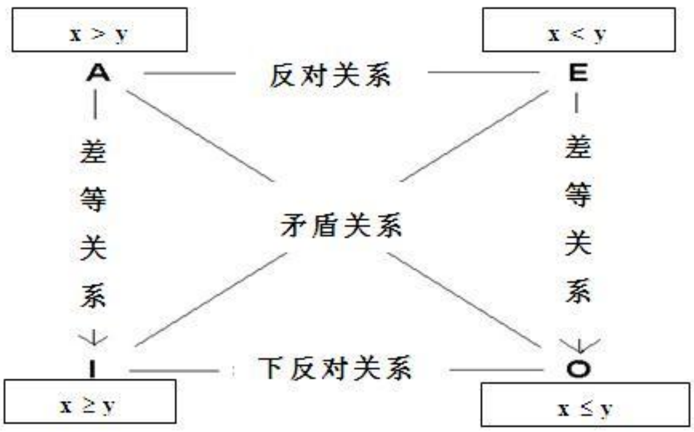
我们还可以把空间上的点作为量化的对象，从而得到以下这个“空间关系对当方阵”。在这个方阵中，“在...之内”相当于全称量词，“重叠”则相当于存在量词：



2. 对当方阵一般模式

2.1 全新的对当方阵

自从古典时代以来，千百年来，逻辑学家所认识的对当方阵就只有前述的古典对当方阵，上一小节介绍的对当方阵都是从古典对当方阵变出来的。现在的问题是，究竟有没有其他不含全称量词和存在量词的对当方阵？我们认为答案是肯定的，例如周训伟(2006)提到的以下这个“数量比较对当方阵”就是全新的对当方阵：



现在让我们来看看这个对当方阵究竟有甚么特点。首先，我们可以把方阵中的 I 和 O 句分别分解为“$x > y \vee x = y$”和“$x < y \vee x = y$”。其次，从数学上我们知道对于任何实数 x、y 而言，在“$x > y$”、“$x = y$”和“$x < y$”这三个命题中，有且只有一个是真的，数学上把这种情况称为“三分关系” (trichotomy)，即这三个命题两两互斥，而且合起来穷尽一切可能性。

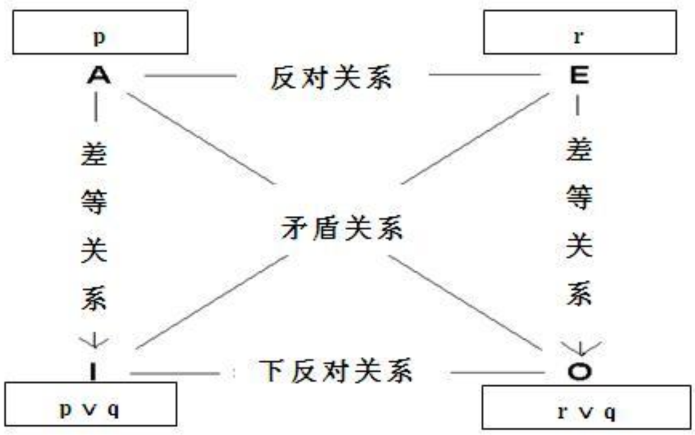
请注意我们可以把前面分解 I 和 O 句的方法套用于古典对当方阵。首先，对于非空的 S 而言[1]，可以把古典对当方阵的 I 句“有 S 是 P”分解为“所有 S 是 P $\vee$ 部

[1] S 非空称为“主语存在预设”，这是使古典对当方阵上的差等关系得以成立的必要条件。

分 S 是 P”[2]，而 O 句“并非所有 S 是 P”则可分解为“没有 S 是 P ∨ 部分 S 是 P”。其次，我们看到在“所有 S 是 P”、“部分 S 是 P”和“没有 S 是 P”这三个命题中，有且只有一个是真的，就是说这三个命题构成一个三分关系。

2.2 对当方阵一般模式的两种形式

从上一小节的讨论中，我们看到古典对当方阵以及“数量比较对当方阵”具有一些共同点，即两者都和某种三分关系有关，由此可以归纳出对当方阵的一般模式。“对当方阵一般模式”(General Pattern of Squares of Opposition)可以有两种表述形式，以下首先介绍“第一形式”。设有三个互不等价的非平凡命题[3](或命题函项) p、q、r，它们构成一个三分关系，即这三个命题两两互斥，而且合起来穷尽一切可能性(用形式化方式表达就是：$p \wedge q \equiv q \wedge r \equiv r \wedge p \equiv F$；$p \vee q \vee r \equiv T$)[4]，那么我们可以用 p、q、r 构造如下的对当方阵：

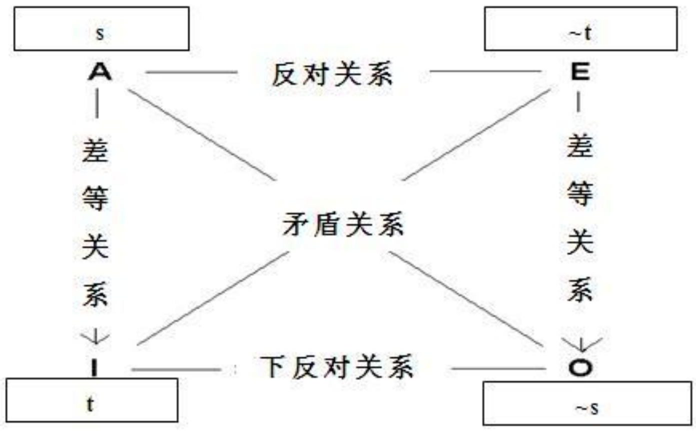


容易证明这个方阵上的关系是成立的，根据命题逻辑的知识，两个差等关系显然成立，两个矛盾关系则是 p、q、r 之间三分关系的直接结果。根据 p、q、r 的互斥性，我们知道 p 和 r 不可同真，但可同假(当 q 真时)，由此证得 p 与 r 之间的反对关系。类似地，由于 $p \vee q$ 和 $r \vee q$ 不可同假(因两者的否定分别等于 r 和 p，而 r 和 p 不可同真)，但可同真(当 q 真时)，由此证得 $p \vee q$ 与 $r \vee q$ 之间的下反对关系。

回顾古典对当方阵，可以看到该方阵的左、右两侧是两个单向衍推关系(即差等关系)，而且由于存在矛盾关系，这两个单向衍推关系互为对方的“逆否命题”，由此可以归纳出“对当方阵一般模式”的“第二形式”。设有两个互不等价的非平凡命题(或命题函项) s 和 t，它们满足单向衍推关系，即 s 衍推 t，但 t 并不衍推 s，以下记作 $s \Rightarrow_u t$，其中下标“u”代表“unilateral” (单向)，那么我们可以用 s

[2] 这里“部分 S 是 P”的意思是“有但非全部 S 是 P”。
[3] 非平凡命题是指既非恒真亦非恒假的命题。
[4] 这里用“T”和“F”分别代表“真”和“假”。

和 t 构造以下的对当方阵：



容易证明这个方阵上的关系是成立的。首先，差等关系和矛盾关系显然成立。其次看反对关系，若 s 真，那么根据差等关系，必有 t 真，所以~t 必假；同理若~t 真，则 s 必假。此外，由于 t 并不衍推 s，所以可出现 t 真且 s 假的情况，亦即 s 与~t 可同假。综上所述，s 和~t 之间的反对关系得证。最后看下反对关系，若 t 假，即~t 真，那么根据 E 与 O 句的差等关系，必有~s 真；同理若~s 假，必有 t 真。此外，由于前面已证明了 s 与~t 可同假，这等价于~s 与 t 可同真。综上所述，~s 和 t 之间的下反对关系得证。

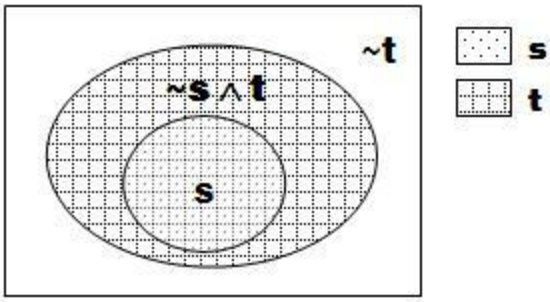
2.3 第一形式与第二形式的联系

前面介绍了“对当方阵一般模式”的两种表述形式，这两种形式的区别在于“第一形式”是基于某种“三分关系”，而“第二形式”则是基于某种“单向衍推关系”。

虽然“第一形式”和“第二形式”互有区别，但是它们是可以互相转换的。首先，给定一个符合“第一形式”的对当方阵，那么 p 与 $p \vee q$ 构成一个“单向衍推关系”。利用这个单向衍推关系，便可构造一个符合“第二形式”的对当方阵。

反之，给定一个符合“第二形式”的对当方阵，那么 s、~t 和 $\sim s \wedge t$ 构成一个“三分关系”，证明如下：首先，由于 s 和~t 存在反对关系，我们有 $s \wedge \sim t \equiv F$。其次，显然有 $s \wedge (\sim s \wedge t) \equiv (\sim s \wedge t) \wedge \sim t \equiv F$。由此证得 s、~t 和 $\sim s \wedge t$ 两两互斥。此外，我们亦有 $s \vee \sim t \vee (\sim s \wedge t) \equiv (s \vee \sim t \vee \sim s) \wedge (s \vee \sim t \vee t) \equiv T$。由此证得 s、~t 和 $\sim s \wedge t$ 合起来穷尽一切可能性。综合以上结果，s、~t 和 $\sim s \wedge t$ 构成一个“三分关系”。利用这个三分关系，便可构造一个符合“第一形式”的对当方阵。

上段所述的结果可以用下图表示：



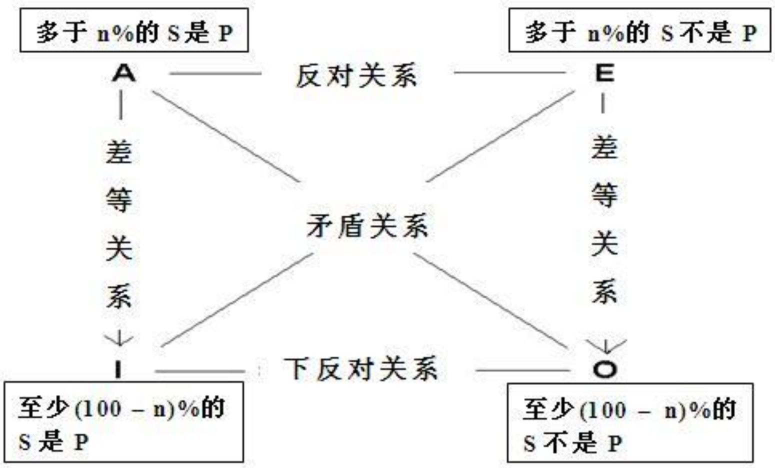
在上图中，我们把命题 s 和 t 表示为集合，命题之间的“单向衍推关系”和“合取关系”则分别表示为集合之间的“真包含关系”和“交关系”。上图显示，若 s 是 t 的真子集，则 s、~t 和~s∧t 构成论域的一个划分(partition)。

3. 对当方阵一般模式的应用

3.1 第一形式的应用

3.1.1 百分比对当方阵

利用“对当方阵一般模式”，可以构造出很多前人没有提过的对当方阵。首先看“第一形式”的应用例子。设 $50 < n < 100$，其中 n 为实数，那么 $0 < 100 - n < 50$。由此可知[0, 100 − n)、[100 − n, n]、(n, 100]构成区间[0, 100]的一个划分。换句话说，“少于(100 − n)%的 S 是 P”、“介于(100 − n)%和 n%的 S 是 P”、“多于 n%的 S 是 P”这三个命题构成一个“三分关系”。利用这个“三分关系”，便可构造以下的“百分比对当方阵”：



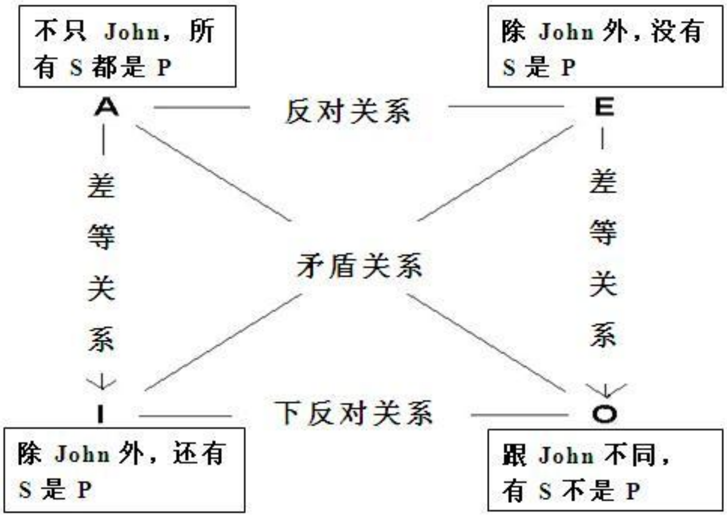
请注意为了使上述方阵左右两边的语句更整齐，我们使用了如下等值关系：“少于(100 − n)%的 S 是 P” ≡ “多于 n%的 S 不是 P”；“最多 n%的 S 是 P” ≡ “至少(100 − n)%的 S 不是 P”。把不同的实数代入 n，便可得到无限多个不同的对当方阵。

3.1.2 “除…外对当方阵”

“第一形式”的另一个用途是，帮助我们判断哪些命题可构成对当方阵，哪些不能。举例说，在自然语言中，存在以下推理关系：

(1) 并非除 John 外，还有学生穿 T 恤。⇔ 除 John 外，没有学生穿 T 恤。

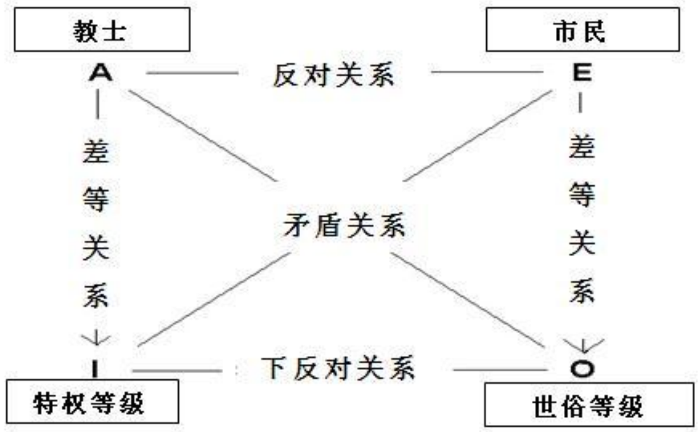
上述推理的有趣之处在于，若把这两句译成英语，那么前句的“除...外”应译成“besides”，而后句却应译成“except”。由此我们想，能否构造一个包含“besides”和“except”的对当方阵？但若细心一想，我们会发现情况颇为复杂，这是因为根据 John 是否具有某性质(即上例中的“穿 T 恤”)以及 John 以外的其他人是否具有该性质，我们将得到一个“四分关系”而非“三分关系”，构不成对当方阵。为此，我们必须把情况简化。一种可行办法是把“John 具有某性质 P” (以下简称“John 是 P”)作为古典对当方阵中四个语句的“附加预设” (这里还须假设 John 属于主语集合 S)。请注意这里的“John 是 P”是作为“预设”(presupposition)而非“断言”(assertion)出现的，这样做是为了保证当我们否定对当方阵中某一语句时，作为“预设”的“John 是 P”不会被否定，例如尽管(1)中的两句互相矛盾，“John 穿 T 恤”这个事实在这两句中都保持不变。基于以上讨论，我们可以构造以下的“除...外对当方阵”：



3.1.3 三分概念对当方阵

“对当方阵一般模式”的应用范围并不限于量化句，而且可以应用于一般的谓词(即概念)。事实上，对于每一组三分概念，都可构造相应的对当方阵。以下让我们来看一个有趣的例子，法国大革命前该国的三级会议内共有三个等级：教士、贵族、市民，它们构成一个“三分关系”，即任何一个三级会议的成员属于且只属于这三个等级之一。现在如果我们以三级会议的成员作为论域，並把“教士或贵

族”统称为“特权等级”；“市民或贵族”统称为“世俗等级”，那么便可构造以下的“三级会议对当方阵”：



看到这里，有些人可能会指出，根据 2.2 小节，p、q、r 应为“命题”(或命题函项)，但这里的“教士”、“贵族”、“市民”却是“谓词”。不过，由于当“谓词”与适当数目的“个体变项”结合后便可构成“命题函项”，所以我们可以把这里的“教士”、“贵族”、“市民”看成命题函项“x 是教士”、“ x 是贵族”、“ x 是市民”的简写。

3.2 第二形式的应用

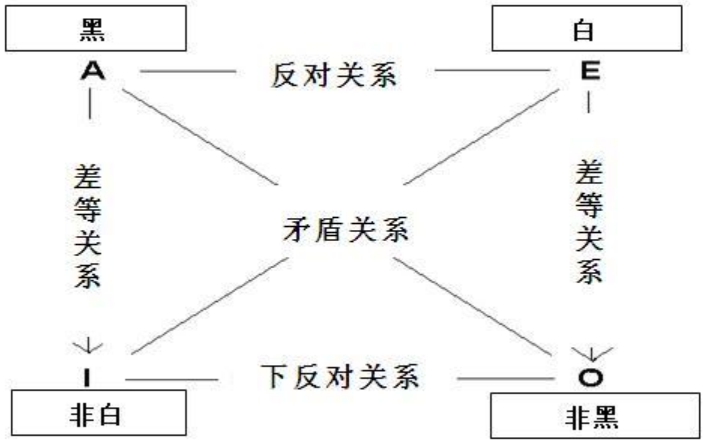
3.2.1 符号学方阵

如前所述，把一个“单向衍推关系”及其逆否命题左、右并排，便可得到一个对当方阵。这个原理其实也就是构造最简单的“符号学方阵”(semiotic square，亦作“语义方阵”)的原理[5]。根据黄卫星(2008)，这种方阵乃建基于反对关系。事实上，给定一对处于反对关系的概念，例如“黑”和“白”，立刻得到以下“单向衍推关系”：

(2) 黑 $\Rightarrow_u$ 非白

由此便可应用“第二形式”构造以下的“黑白对当方阵”[6]：

[5] 根据黄卫星(2008)，有多种符号学方阵，其中最简单的一种与本文内容有直接联系。
[6] 请注意以下对当方阵也是由谓词(而非命题)组成的对当方阵。



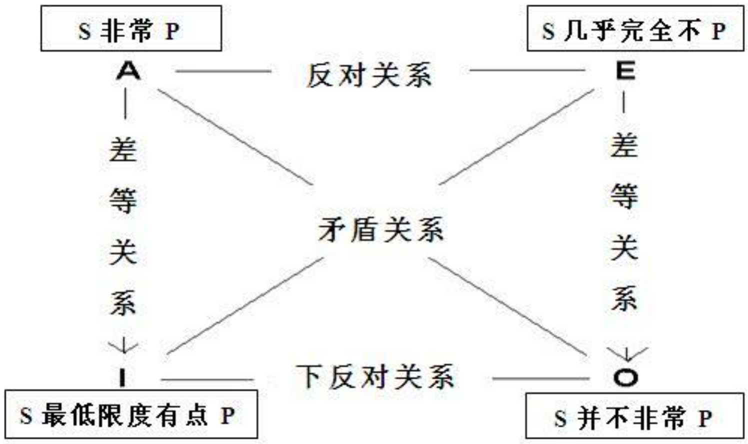
在上述方阵中，“黑”与“白”必须理解为处于反对关系而非矛盾关系，否则便会有“黑 ≡ 非白”和“白 ≡ 非黑”，上述方阵将不再成其为方阵。

3.2.2 模糊限制语对当方阵

“对当方阵一般模式”也可应用于模糊限制语。尽管模糊限制语(例如“非常”、“相当”、“颇为”、“有点”等)的语义很不确定，但这些词语之间的某些衍推关系是确定无疑的。举例说，虽然“非常”和“有点”这两个模糊限制语并无绝对分明的定义，但前者表达的程度肯定比后者高，因此我们有

(3) S 非常 P $\Rightarrow_u$ S 最低限度有点 P

现在如果我们把“几乎完全不”当作“最低限度有点”的矛盾概念，便可构造以下的“模糊限制语对当方阵”：



3.2.3 多重量化句对当方阵

单向衍推关系也可以存在于多重量化句(即包含多于一个量词的命题或命题函项)之间。根据谓词逻辑，全称量词与存在量词之间存在一种“辖域支配(scope dominance)关系”，即若 P 为二元谓词，则有以下单向衍推关系：

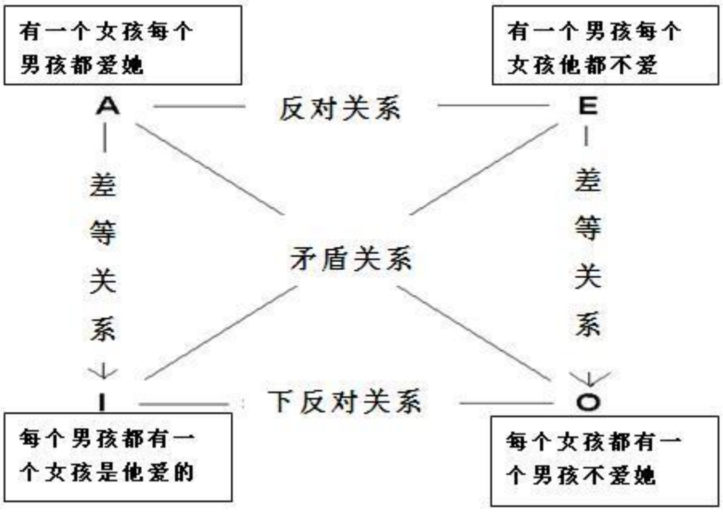
(4) $\exists y \forall x\ P(x,y) \Rightarrow_u \forall x \exists y\ P(x,y)$

利用上述关系以及谓词逻辑中否定词与量词易位的定理：

(5) $\sim\exists y \forall x\ P(x,y) \equiv \forall y \exists x \sim P(x,y)$

(6) $\sim\forall x \exists y\ P(x,y) \equiv \exists x \forall y \sim P(x,y)$

并且把 x 和 y 分别看成从集合“男孩”和“女孩”上取值的个体变项，P 看成谓词“爱”，便可得到如下的“多重量化句对当方阵”：



根据当代学者 Ben-Avi and Winter (2004)和 Altman, Peterzil and Winter (2005)的研究，自然语言的量词还存在其他“辖域支配关系”，以下是一些实例：

(7) 大多数男孩不爱任何女孩 $\Rightarrow_u$ 没有任何女孩为大多数男孩所爱

(8) 并非每个男孩都爱至少一半女孩

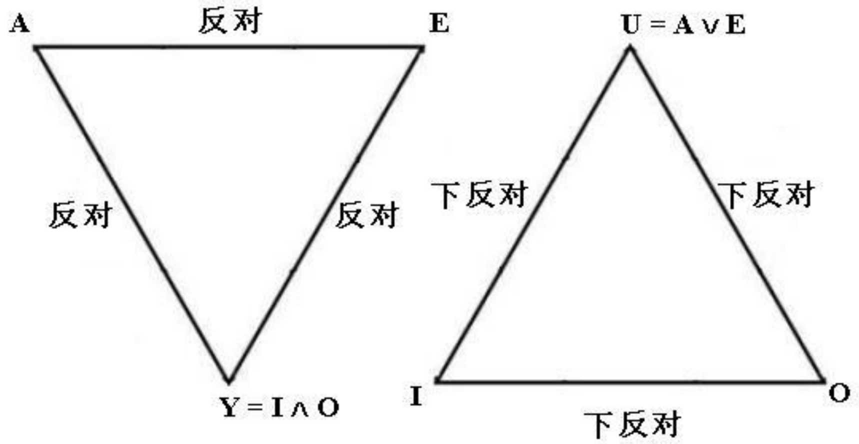
$\Rightarrow_u$ 至少一半女孩并非为每个男孩所爱

由此可见，把有关“辖域支配关系”的研究成果与“对当方阵一般模式”加以结合，将可构造出更多“多重量化句对当方阵”。

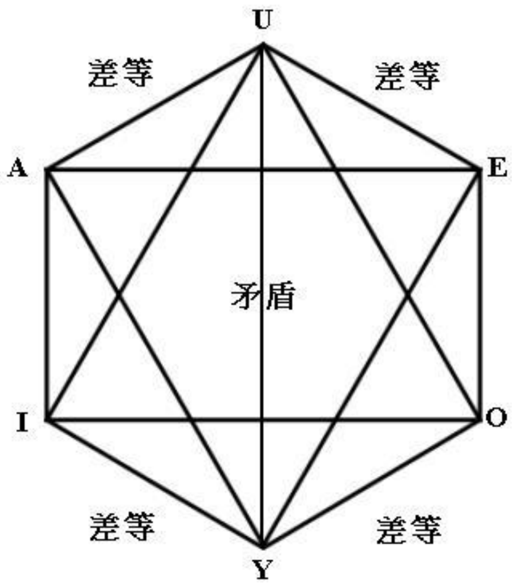
4. 对当方阵与三角阵 / 六角阵的关系

4.1 反对三角阵、下反对三角阵和对当六角阵

回顾"对当方阵一般模式"的"第一形式"，我们发现它是不对称的：在 p、q、r 这三个命题中，p 和 r 各自单独出现于 A 和 E 角，而 q 却是作为析取式的一部分出现于 I 和 O 角。这种不对称性来自于对当方阵上的两个差等关系，请注意在对当方阵的四类关系中，矛盾关系、反对关系和下反对关系都是对称的，只有差等关系是不对称的。为了达致对称性，当代某些学者(例如 Blanché (1953)、Béziau (2003)等)提出把古典对当方阵中的 I 和 O 句合并为"I ∧ O"，并把它称为 Y，从而得到一个"反对三角阵"，以下称为"AYE 反对三角阵"，这个三角阵上的三个语句之间存在反对关系[7]。此外，他们也提出把 A 和 E 句合并为"A ∨ E"，并把它称为 U，从而得到一个"下反对三角阵"，以下称为"IOU 下反对三角阵"，这个三角阵上的三个语句之间存在下反对关系。下图显示这两个三角阵：



把上述两个"三角阵"交叠在一起并连上各个顶点，便可得到下图所示的"对当六角阵"：



[7] 根据 Horn (1989)，Jespersen 也曾提出用三角阵代替方阵。

请注意上图包含着"AEIO 对当方阵"、"AYE 反对三角阵"和"IOU 下反对三角阵"。在上图六个角之间共有 15 个关系，其中 10 个关系就是前述"AEIO 对当方阵"、"AYE 反对三角阵"和"IOU 下反对三角阵"上的关系，上图列出其余 5 个关系[8]。

现在让我们来看两个"三角阵"跟"第一形式"的联系。首先，"AYE 反对三角阵"的三个角刚好对应着"第一形式"中的 p、q 和 r 命题，这是因为根据前述对"第一形式"的表述，A 和 E 角分别对应着 p 和 r 命题，而 $Y = I \wedge O$ 则对应着 $(p \vee q) \wedge (r \vee q) \equiv (p \wedge r) \vee q \equiv F \vee q \equiv q$。

其次，"IOU 下反对三角阵"的三个角则分别对应着从 p、q 和 r 中任意抽取两个出来进行析取的结果，即 I 对应着 $p \vee q$，O 对应着 $r \vee q$，而 $U = A \vee E$ 则对应着 $p \vee r$。

总上所述，"对当六角阵"的六个角对应着以下六个命题：p、q、r、$p \vee q$、$r \vee q$、$p \vee r$，因此它虽然像对当方阵一样包含差等关系，但却克服了对当方阵的不对称性。

4.2 梯级隐涵与三角化

根据古典对当方阵，我们有以下逻辑衍推关系：

(9) 所有小学生都穿 T 恤。⇒ 有小学生穿 T 恤。

可是在日常语言使用中，有时会发现某种特殊推理，称为"梯级隐涵"(scalar implicature)，例如：

(10) 有小学生穿 T 恤。 +> 并非所有小学生都穿 T 恤。

上述推理是说，当某人说出"有小学生穿 T 恤"时，他实际隐含着"并非所有小学生都穿 T 恤"的意思。上式中的+>表示上述推理是一种语用"隐涵"(implicature)而非逻辑"衍推"(entailment)(本文用⇒代表衍推)。当然梯级隐涵只是日常语言中的一种常规推理，这个常规并不总是成立。从概率或必然性的角度来理解，"衍推"是必然性推导，若前提真，其结论必然真(概率为 1)；"隐涵"则是或然性推导，若前提真，其结论只是很可能而非必然真(概率接近 1)。

梯级隐涵可以用前述对当方阵与反对三角阵的关系来解释，事实上，(10)等同于

[8] 周训伟(2006)提出的"逻辑饼"同样包含这 15 个关系，所以在实质上等同于"对当六角阵"。

(11) 有小学生穿 T 恤。 +> 有但非所有小学生都穿 T 恤。

回顾前述的古典对当方阵，(11)右端的命题等于 I 和 O 句的合取。可是根据前述的反对三角阵，$I \wedge O = Y$ 是反对三角阵上的一个命题。由此可见，(10)这样的梯级隐涵实际上就是把对当方阵上的 I 句解读为反对三角阵上的 Y 句，也就是把对当方阵转化成反对三角阵的过程，Horn (2007)把这种转化称为"三角化"(triangulation)。

从信息量的角度看，"三角化"也可被看成提高 I 和 O 句信息量的过程。对于命题 p 和 q，如果 $p \Rightarrow_u q$，我们就说 p 的信息量较 q 的信息量高。由于 A 和 E 句分别单向衍推 I 和 O 句，所以后者相对于前者来说具有较低信息量。可是在"三角化"后，I 和 O 句变成 Y 句，一方面，由于 $Y = I \wedge O$ 单向衍推 I 和 O 句，Y 句的信息量比 I 和 O 句的信息量都高。另一方面，由于 A、Y 和 E 处于反对关系，三句互不衍推，具有平等的信息量。总括而言，"三角化"把本来信息量较低的 I 和 O 句变成了信息量较高的 Y 句。

上段所述跟 Levinson (2000)有关梯级蕴涵的理论相吻合。Levinson (2000)把梯级蕴涵视为"一般化会话隐涵"(generalized conversational implicature，GCI)的一种，而他认为 GCI 是一种默认推理(default reasoning)。默认推理的典型特征为：给定命题 p，在默认的情况下，可以把它理解成 $p \wedge q$ [9]。举例说，当有人说[10]"红色立方体上有一个蓝色正方锥体"时，在默认的情况下，可以把这句理解成"红色立方体上有一个蓝色正方锥体，并且红色立方体上没有圆锥体，没有红色正方锥体…"。由于 $p \wedge q \Rightarrow_u p$，所以默认推理提高了命题的信息量，而这正是上段所述"三角化"所达致的效果。总上所述，对当方阵的"三角化"为梯级隐涵提供了一种几何解释[11]。

5. 总结

"对当方阵一般模式"的思想在当代某些学者的著述中其实已初见端倪，例如 Blanché (1953)、Béziau (2003)等人提出"反对三角阵"，便是看到对当方阵与"三分关系"之间的联系，这就是本文提出的"第一形式"的基本思想。黄士平(1998)把对当关系看成"对角关系"(即矛盾关系)与"周边关系"(即其他对当关系)中任一关系互动而产生的结果；Jaspers (2005)则把对当关系看成由 A- I 差等关系与 I-E

[9] 至于 q 是甚么，当然须视乎语境而定。此外，Levinson (2000)也提出了某些默认推理的法则(heuristic)，这些法则的详细内容跟本文的讨论无关。

[10] 译自 Levinson (2000)，Ch. 1，(11)，p. 31。

[11] Moretti (2009)认为逻辑学与几何学存在微妙的联系，他所创立的"n-对当理论"(n-Opposition Theory)就是一种几何化的逻辑学。本文显示，梯级隐涵作为一种语用推理，也有其几何解释。

矛盾关系互动而产生的结果，这两位学者的结论跟本文提出的“第二形式”有相通之处。不过，上述学者都没有把他们的理论推广为对当方阵的一般模式，由此观之，本文是对前人已有结果的一项突破。

对当关系推理是传统逻辑中的重要课题，传统逻辑的特点是以贴近自然语言的表达式(例如对当方阵中的量化句“所有 S 都是 P”等)进行推理，可称为“自然逻辑”(natural logic)。现代数理逻辑兴起后，传统逻辑失去重要性，在逻辑学中被“边缘化”。但在当代，某些学者(例如 Sanchez Valencia (1991)、Keenan (2003)、van Eijck (2007)、van Benthem (2008)、Seuren (2010)等)重新提倡对自然逻辑的研究，本文的研究结果丰富了自然逻辑的内容。

参考文献

Altman, A., Peterzil, Y. and Winter, Y. (2005), “Scope Dominance with Upward Monotone Quantifiers” in *Journal of Logic, Language and Information*, 14.4, pp. 445 – 455

Ben-Avi, G.. and Winter, Y. (2004), “Scope Dominance with Monotone Quantifiers over Finite Domains” in *Journal of Logic, Language, and Information* 13.4, pp. 385 – 402

van Benthem, J. (2008), *A Brief History of Natural Logic*, Technical Report PP-2008-05, Institute for Logic, Language and Computation

Béziau, J.-Y. (2003), “New Light on the Square of Oppositions and its Nameless Corner” in *Logical Investigations*, 10, pp. 218 – 233

Blanché, R. (1953), “Sur l'opposition des concepts” in *Theoria*, 19

van Eijck, J. (2007), “Natural Logic for Natural Language” in ten Cate, B.D. and Zeevat, H.W. (eds.), *Logic, Language, and Computation; 6th International Tbilisi Symposium on Logic, Language, and Computation*, Berlin: Springer-Verlag, pp. 216 – 230

Horn, L.R. (1989), *A natural history of negation*, Chicago: University of Chicago Press

Horn, L.R. (2007), “Lexical Pragmatics and the Geometry of Opposition” in Beziau, J.Y. (ed.), *Papers from the World Congress on the Square of Opposition*

Jaspers, D. (2005), *Operators in the Lexicon: On the Negative Logic of Natural Language*, PhD thesis, Leiden University

Keenan, E.L. (2003), “Excursions in Natural Logic” in Casadio, C., Scott, P.J. and Seely, R.A.G. (eds.), *Language and Grammar: Studies in Mathematical Linguistics and Natural Language*, Stanford: CSLI, pp. 31 – 52

Levinson, S.C. (2000), *Presumptive Meanings: The Theory of Generalized Conversational Implicature*, Massachusetts: MIT Press

Moretti, A. (2009), *The Geometry of Logical Opposition*, PhD thesis, University of Neuchâtel

Sanchez Valencia, V. (1991), *Studies on Natural Logic and Categorial Grammar*, PhD thesis, University of Amsterdam

Seuren, P.A.M. (2010), *The Logic of Language*, Oxford: Oxford University Press

黄卫星(2008)，“叙事理论中的‘语义方阵’新探—并谈学术界对‘语义方阵’的误用”，《江西社会科学》，2008 年第 11 期

黄士平(1998)，"逻辑魔方－逻辑方阵内在机制及其普适性探讨"，《江汉大学学报》，第 15 卷第 4 期，pp. 83-89

周礼全(1994)，《逻辑—正确思维和有效交际的理论》，北京：人民出版社

周训伟(2006)，“从逻辑方阵经逻辑矩形到逻辑饼”，　《北京联合大学学报(自然科学版)》，第 20 卷第 3 期